PROBLEMARIO TEMA 7

Cuerdas tensas.

Ejemplo 07-01

Un hilo metálico es estirado por una fuerza de 135 N entre dos soportes rígidos separados una distancia de 50 cm. El diámetro del hilo es de 0,35 mm y la densidad del metal de 8,8 gr/cm^3. ¿Cuál es la frecuencia fundamental de la nota emitida por el hilo que vibra transversalmente?.

$$v = \sqrt{\frac{Ftension}{\rho_{Lineal}}}$$

Siendo:

$$\rho_{Lineal} = \frac{m}{L} = \frac{\rho_{Vol} \cdot A \cdot L}{L} = \rho_{vol} \cdot A$$

El área transversal es:

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot (0,35\ mm)^2}{4} = 9,62 \cdot 10^{-8}\ m^2$$

Donde:

$$\rho_{Lineal} = 8800\ kg/m^3 \cdot 9,62 \cdot 10^{-8}\ m^2 = 8,47 \cdot 10^{-4}\ kg/m$$

Resultando que:

$$v = \sqrt{\frac{135\ N}{8,47 \cdot 10^{-4}\ kg/m}} = 399\ m/s$$

Como:

$$v = f \cdot \lambda \to f = v/\lambda$$

Siendo para cuerdas tensas:

$$\lambda = \frac{2L}{n} = \frac{2 \cdot 0,5m}{1} = 1m$$

Resultando:

$$f = \frac{399m/s}{1m} = 399Hz$$

1. Un hilo acero de 1 m de longitud y diámetro 1 mm es estirado entre dos soportes rígidos. ¿Qué tensión ha de ser aplicada para que pueda vibrar con una frecuencia fundamental de 100 Hz.? (La densidad del acero es 7800 kg/m3).

2. Una cuerda de piano tiene 0,70 m de longitud y una masa de 5 gr. Si la tensión es de 500 N; cual es la velocidad de las ondas transversales por el hilo.

3. La nota DO mayor usada por los fabricantes modernos tiene una frecuencia de 261,63 Hz. Si esta es la frecuencia fundamental de un alambre de piano de 7 gramos y 80 cm de largo; cual es la tensión del alambre.

4. La cuerda correspondiente a la nota Sol (G) de un violín tiene una frecuencia fundamental de 196 Hz; cual es la tensión de la cuerda si esta tiene una longitud de 32 cm y una masa de 0,50 gramos.

5. Cada cuerda de un violín se afina con una frecuencia de 1 ½ veces la de su vecina; si todas las cuerdas deben tener la misma tensión; cual debe ser la masa por unidad de longitud de cada cuerda en relación con la frecunecia de la cuerda de más baja frecuencia (asuma F_1 a esta frecuencia y determine F_2, F_3, F_4 en función de F_1 y las respectivas densidades lineales).

Ondas de Presión.

Ejemplo 07-02

Determinar la velocidad de una onda de presión en el aire a temperaturas de: 0°C y 25°C; sabiendo que estamos ante la presión de 1 Atmósfera. (El peso molar del aire es de 29 gr/mol, y la constante universal de los gases es R = 8,31 J/mol·°K).

Nota: *asuma que no hay transferencia de calor.*

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot p}{\rho_{vol}}} \quad \text{donde} \quad p \cdot vol = n \cdot R \cdot \theta$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot \left[\frac{n \cdot R \cdot \theta}{Vol}\right]}{\left[\frac{m}{Vol}\right]}} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot \theta}{\left[\frac{m}{n}\right]}} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot \theta}{PMolar}} \rightarrow$$

$$v(0^oC) = \sqrt{\frac{1,4 \cdot 8,31(J/mol \cdot^o K) \cdot (0+273)^oK}{0,029\, kg/mol}} = 330,9 \;\; m/s$$

$$v(25^oC) = \sqrt{\frac{1,4 \cdot 8,31(J/mol \cdot^o K) \cdot (25+273)^oK}{0,029\, kg/mol}} = 345,8 \;\; m/s$$

1. El modulo de compresibilidad del agua es $\boldsymbol{B = 2{,}0\cdot 10^9\ N/m^2}$. Utilizar este valor para determinar la velocidad del sonido (onda de presión) en el agua. (la densidad del agua es de 1 gr/cm^3).

   Use la expresión para fluidos liquidos: $v = \sqrt{\dfrac{B}{\rho_{volumetrica}}}$

2. El modulo de Young (***Y***) del aluminio es de $7{,}0\cdot 10^{10}$ N/m^2. Utilizar este valor para determinar la velocidad del sonido (onda de presión) en el aluminio. (La densidad del alumnio es de 2,7 gr/cm^3).

   Use la expresión para ondas longitudinales en barras elásticas : $v = \sqrt{\dfrac{Y}{\rho_{volumetrica}}}$

3. Para el aire; como la presión es prácticamente uniforme; la densidad del aire varia con la temperatura; así que podemos asumir que depende de la temperatura; en forma aproximada la expresión que relaciona la velocidad del aire con la temperatura en grados centígrados es:

$$v = (331 + 0{,}6 \cdot \theta)\ m/s$$

   Haciendo uso de la expresión anterior, determinar la velocidad del aire a 10°, 15°, 20°, 30° y 35° y determinar luego la densidad del aire a dichas temperaturas. Para ello recuerde:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot p}{\rho_{vol}}}$$

   Siendo $\boldsymbol{\gamma}$*= 1,4 para el aire* y $\boldsymbol{p}$*= 1 Atm = 101.325 Pa* (N/m^2)

4. Una flauta esta diseñada para tocar la nota DO (264 Hz) como frecuencia fundamental cuando todos sus agujeros están cubiertos; determinar la longitud de la flauta. Asuma una temperatura de 20°C. (Use la extresión del problema 4). Repita el problema para una temperatura de 10°C.

5. Cuales serán las frecuencias fundamentales y los tres primeros sobretonos (frecuencias armónicas) en un tubo de un órgano de 26 cm de longitud a 20°C; cuando esta abierto por ambos extremos y cuando esta cerrado por uno de sus extremos.

6. Un tubo de longitud 32 cm tiene una frecuencia de resonancia fundamental de 500 Hz cuando esta abierto por ambos extremos; cual es la velocidad de la onda de presión en dicho caso.